

Estudo e implementação de heurísticas para determinação do caminho de menor custo para atender a rotas pré estabelecidas

Por: Charles Pereira

Objetivos

Principal:

- Criar, implementar e avaliar heurísticas para agilizar a definição do menor caminho em mapas.

Secundários:

- Levantamento bibliográfico a respeito de grafos;
- Estudar o Problema do Menor Caminho com vários vértices como destino;
- Implementar um protótipo que se utilize das técnicas de heurísticas estudadas.

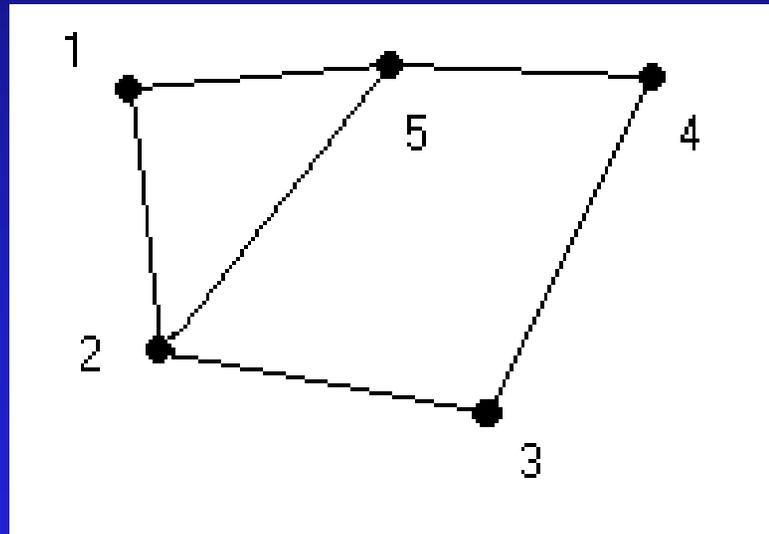
Definição de Grafo

Um grafo $G(V,E)$ é um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de pares não ordenados de elementos de V . Os elementos de V são os vértices e os de E são as arestas de G . Cada aresta $e \in E$ é denotada pelo par de vértices $e = (v,w)$ que a forma.

Definição de Grafo

$$V = \{1,2,3,4,5\}$$

$$E = \{(1,2), (2,3), (2,5), (3,4), (4,5), (5,1)\}$$



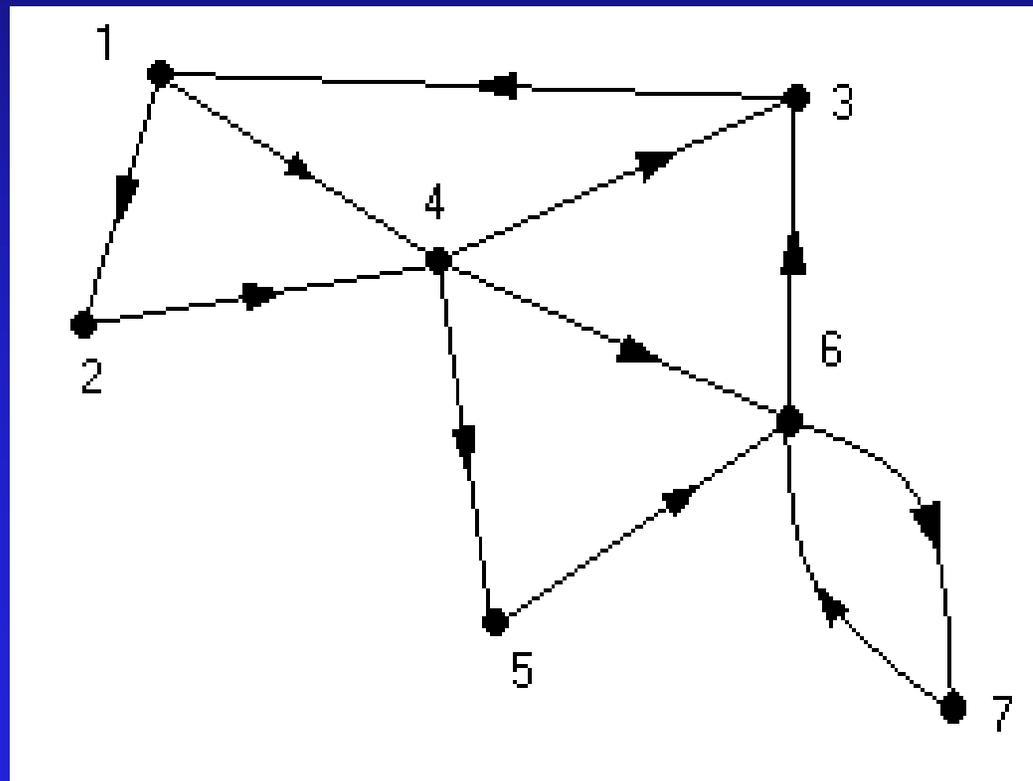
Grafos Direcionados (Digrafos)

Um digrafo é um grafo, onde cada aresta (v,w) possui uma única direção de v para w .

Grafos Direccionados (Digrafos)

$$V = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$

$$E = \{(1,2), (1,4), (2,4), (3,1), (4,3), (4,5), (5,6), (4,6), (6,3), (6,7), (7,6)\}$$



Grafos Valorados

É um grafo, onde para cada aresta (v,w) existe um valor associado. O valor pode ter vários significados de acordo com cada problema. No caso de mapas, o valor pode indicar o tempo de deslocamento entre um vértice e outro, a distância ou um custo em unidade monetária.

Problema do Menor Caminho - PMC

Seja um grafo $G(V,E)$ e uma função distância L que associe cada aresta (v,w) a um número real não negativo $L(v,w)$ e também um vértice fixo v_0 em V , chamado fonte.

O problema consiste em se determinar o caminho de v_0 para um vértice vf de G , de tal forma que a somatória das distâncias das arestas envolvidas no caminho seja mínima.

Aplicações do PMC

- Caixaero Viajante;
- Problemas de Entrega de Mercadorias;
- Sistemas Turísticos.

Representações de Grafos em Computador

- Matriz de Adjacência;
- Matriz de Custo;
- Estrutura de Adjacência.

Algoritmos de Busca

São instruções executadas a fim de localizar um vértice dentro de um grafo, traçando o caminho percorrido para se deslocar de um vértice inicial até o vértice que se deseja procurar.

Algoritmos de Busca

Tipos de busca:

- Busca em Largura;
- Busca em Profundidade.

Heurísticas

Heurísticas são técnicas simples, apoiadas em conhecimentos empíricos ou não, que são capazes de direcionar os cálculos para a(s) meta(s).

Um exemplo de heurística é dado por [COL88]:

Heurísticas

“..se você deseja ir da sua casa para o local de trabalho em um tempo mínimo, pode concluir, baseado em experiências anteriores, que é mais rápido ir de carro, de segunda-feira a quinta-feira, mas na sexta-feira é melhor utilizar o metrô. Esses pressentimentos ou intuições que usamos no dia-a-dia nos auxiliam bastante, mesmo que falhem algumas vezes.”

Heurísticas

A função heurística é dada por:

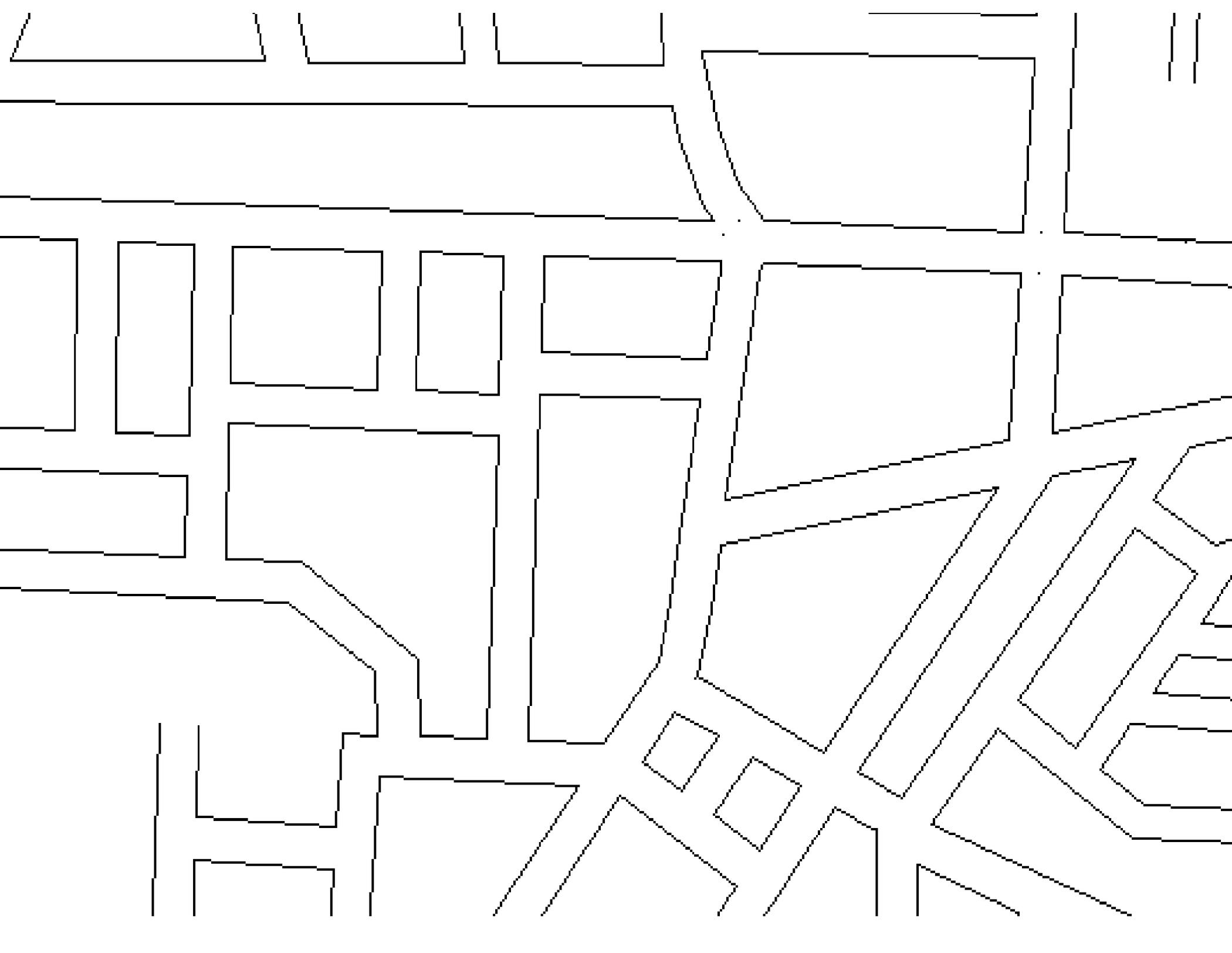
$$f'(n) = g(n) + h'(n), \text{ onde:}$$

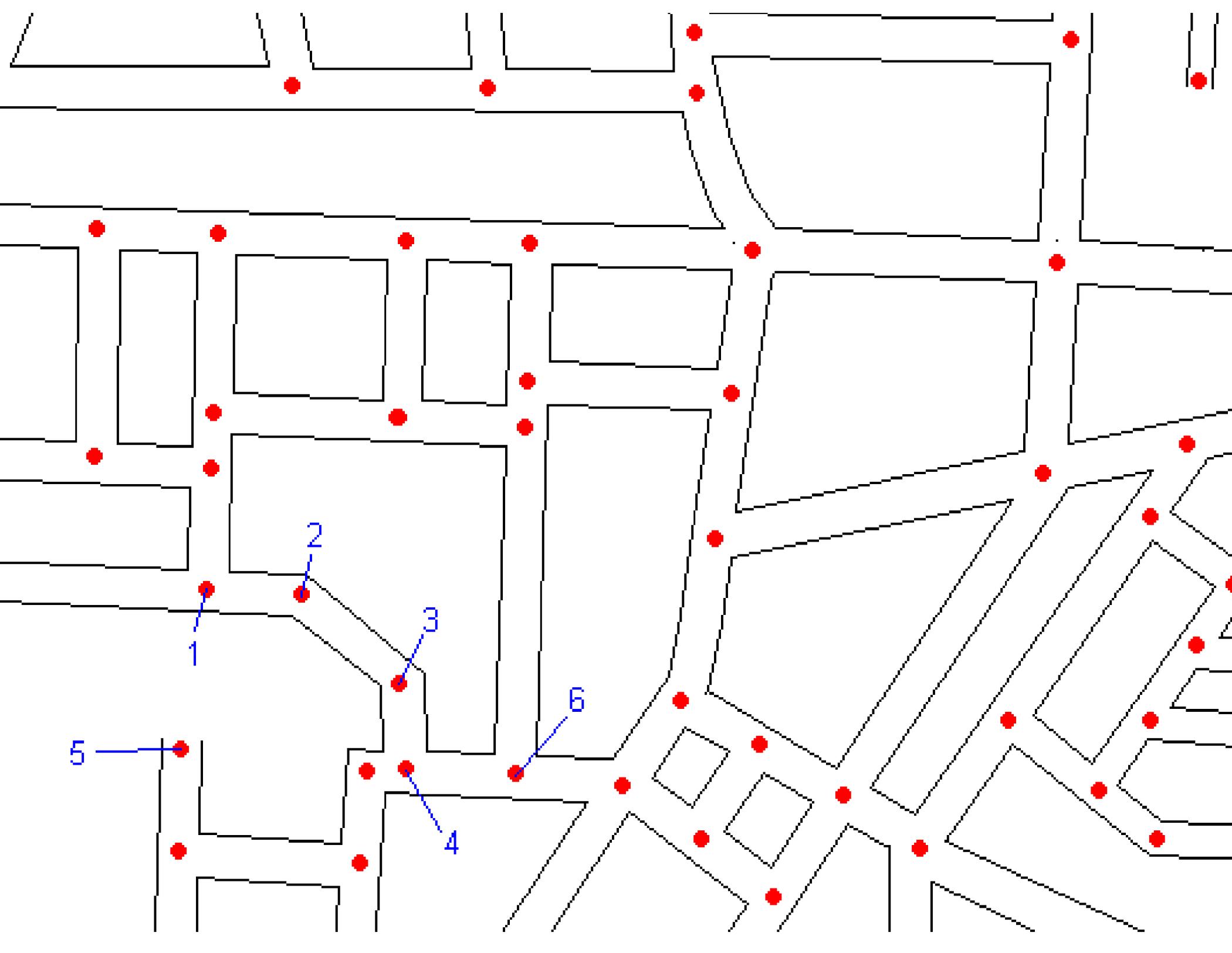
- n = identificador do vértice;
- $g(n)$ = o custo para ir do vértice inicial até o vértice n ;
- $h'(n)$ = valor da heurística para ir do vértice n até o vértice meta.

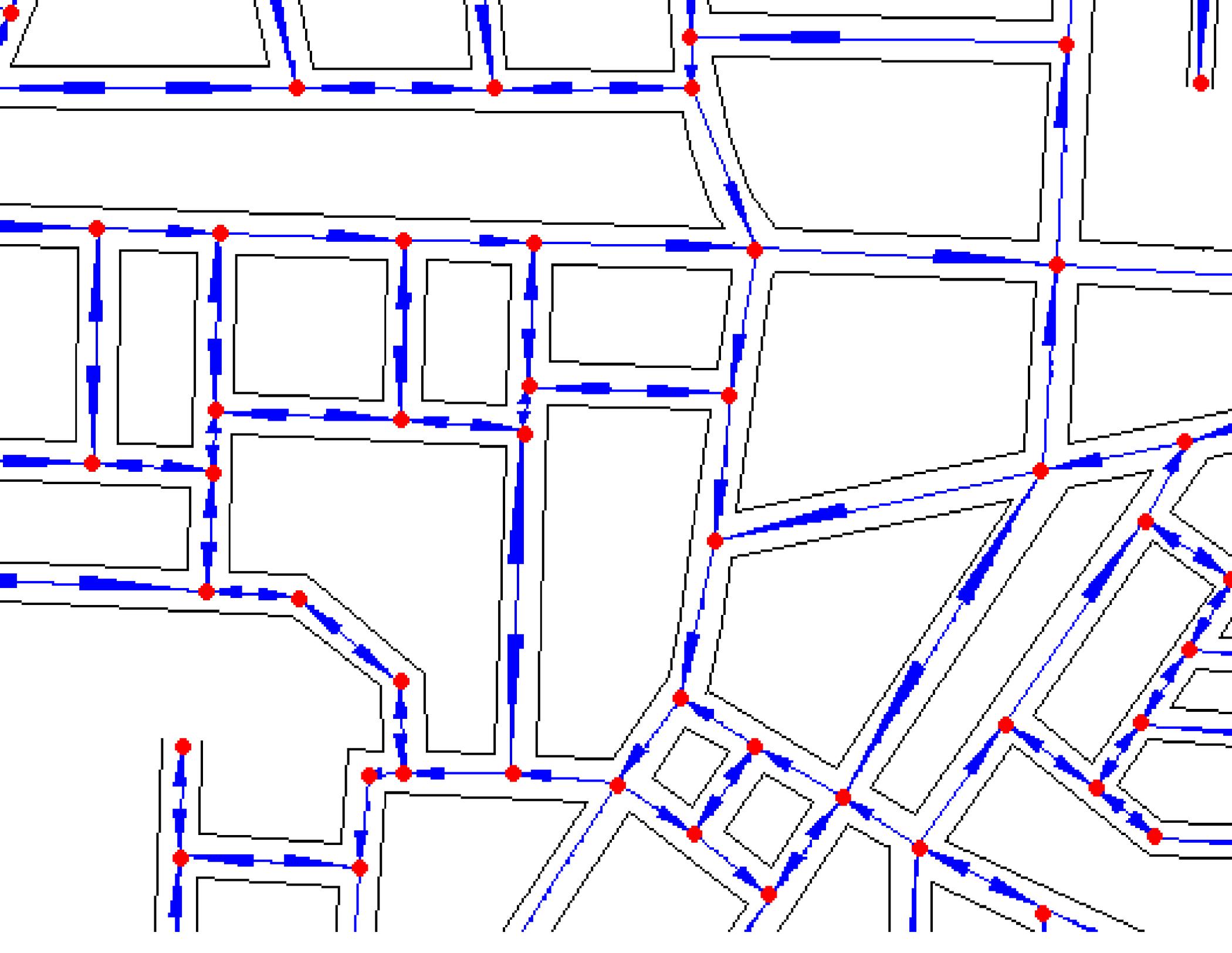
A Construção da Base de Dados

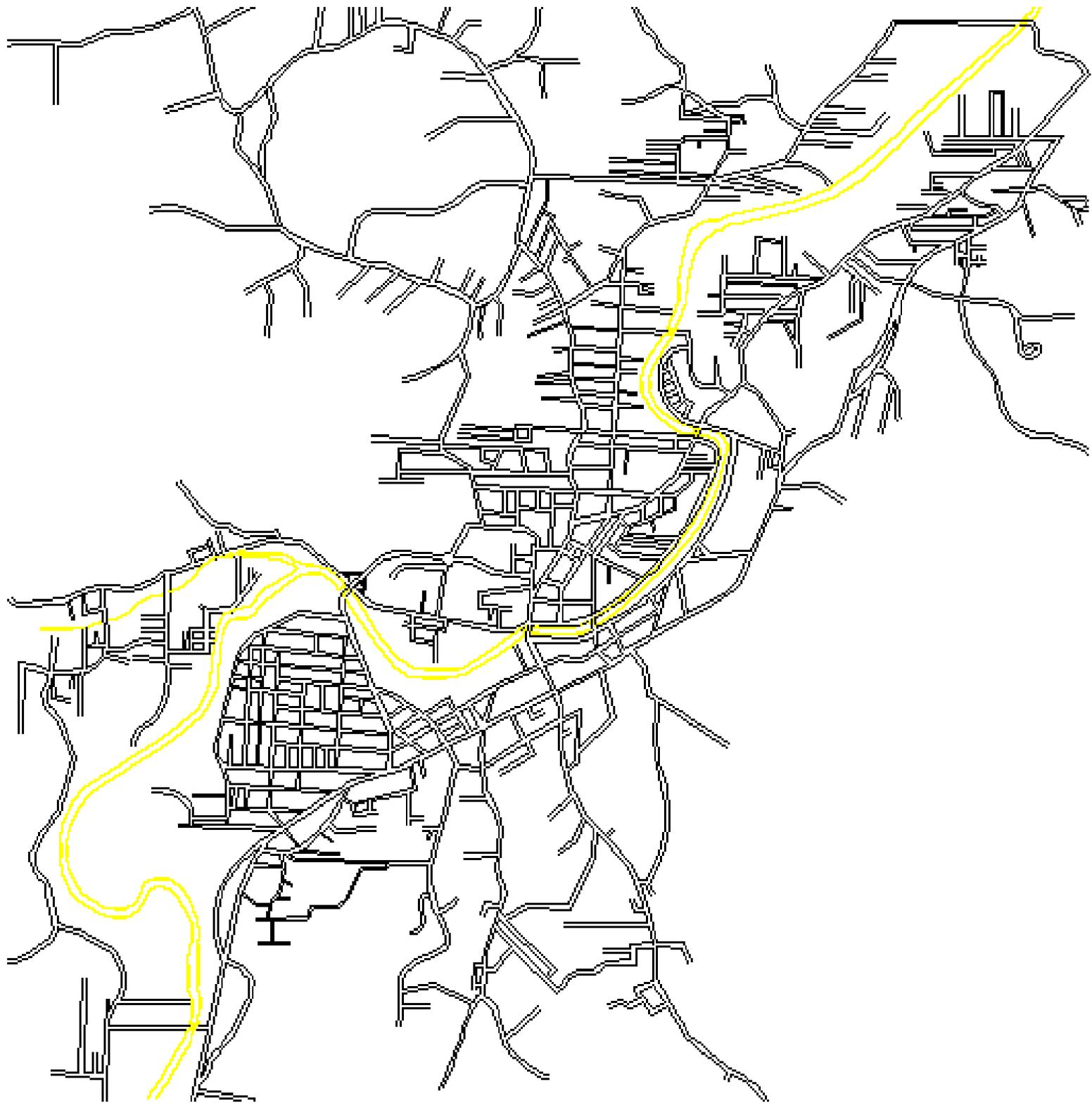
Foi usado parte do mapa da cidade de Brusque para a definição da base de dados, resultando em um grafo com 1313 vértices e 2940 arestas.

A seguir serão mostrados os passos da criação da base de dados.









Medida de Performance

O tempo necessário para resolver o PMC, está ligado diretamente ao número de vértices envolvidos no cálculo. Dessa forma, quanto maior o número de vértices envolvidos, maior será o tempo consumido para resolver o PMC. A função das heurísticas será dar prioridade para os vértices que têm maior chance de conduzirem à meta.

Medida de Performance

O algoritmo A^* possui a fila *fechados*, onde são armazenados todos os vértices envolvidos nos cálculos. Assim, o número de vértices contidos nesta fila ao final dos cálculos será a medida de performance das heurísticas mostradas mais adiante.

Casos de Testes

É necessário criar alguns casos de testes a fim de testar cada heurística sob as mesmas condições e depois comparar os resultados.

Assim, foram criados sessenta casos de testes. Primeiramente foram tabelados os valores obtidos aplicando-se o algoritmo sem o uso de heurísticas.

Casos de Testes

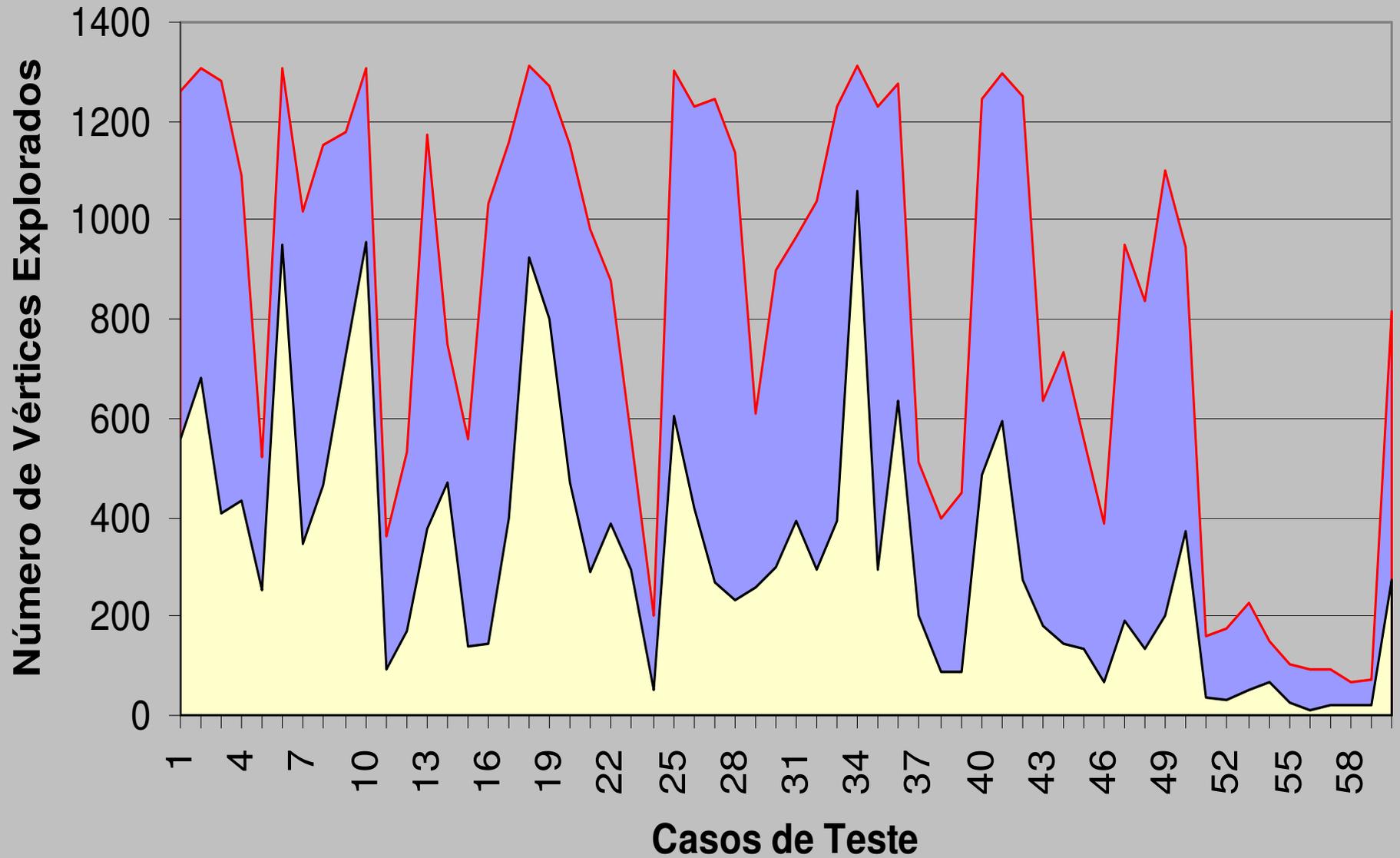
Em seguida, o algoritmo foi aplicado para resolver os casos de testes usando heurísticas e foram comparados os resultados em relação à busca cega, ou seja, sem o uso de heurísticas.

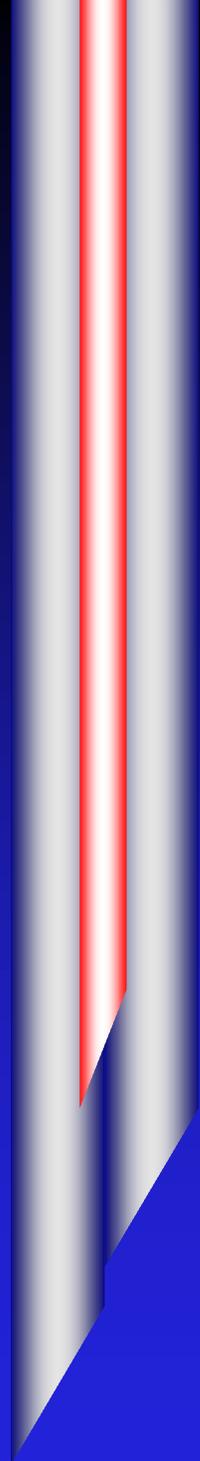
A Primeira Heurística

O algoritmo A^* tem uma heurística que baseia-se na provável distância do vértice que está sendo explorado no momento até o vértice meta.

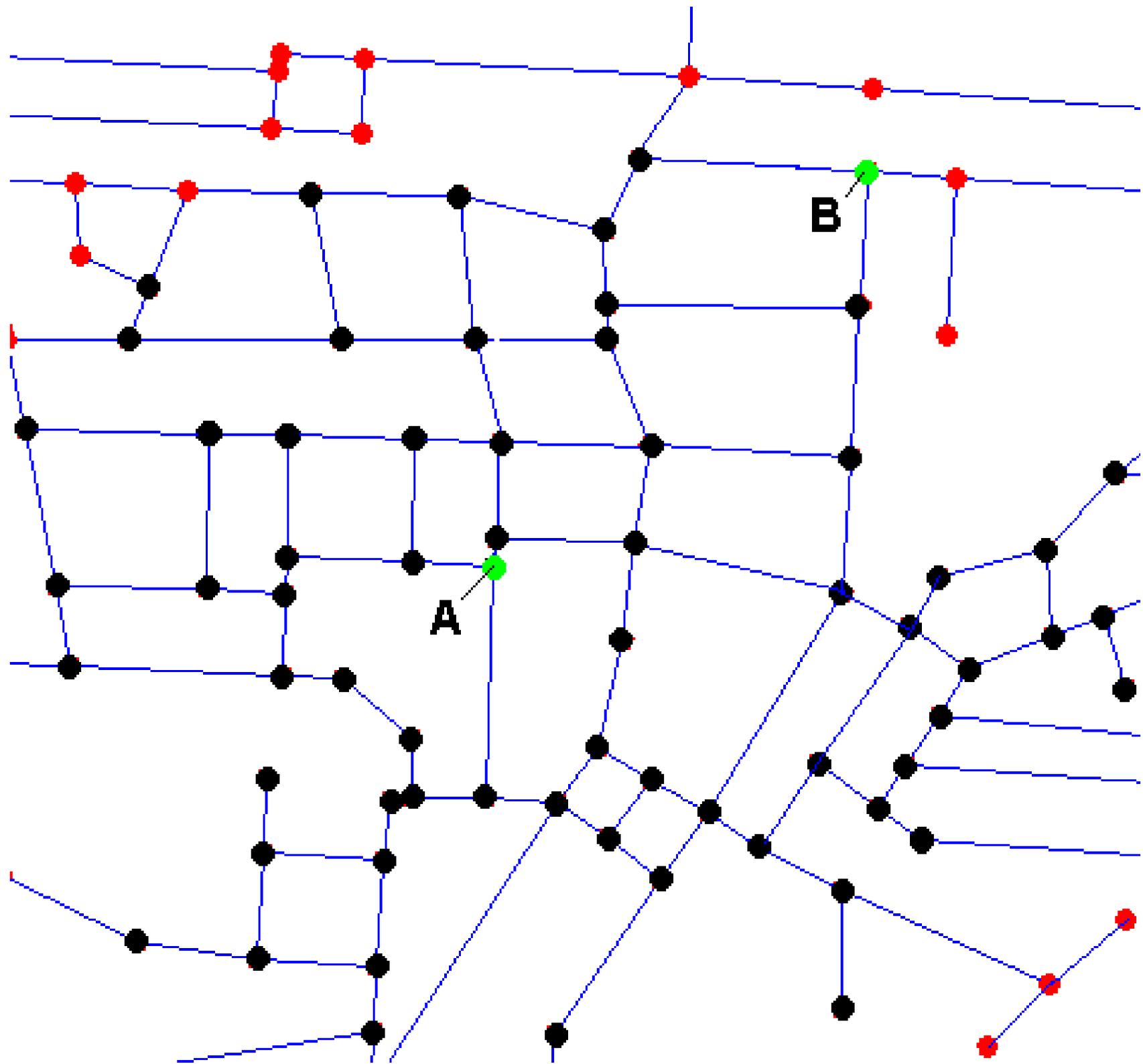
Comparação da Primeira Heurística com a Busca Cega

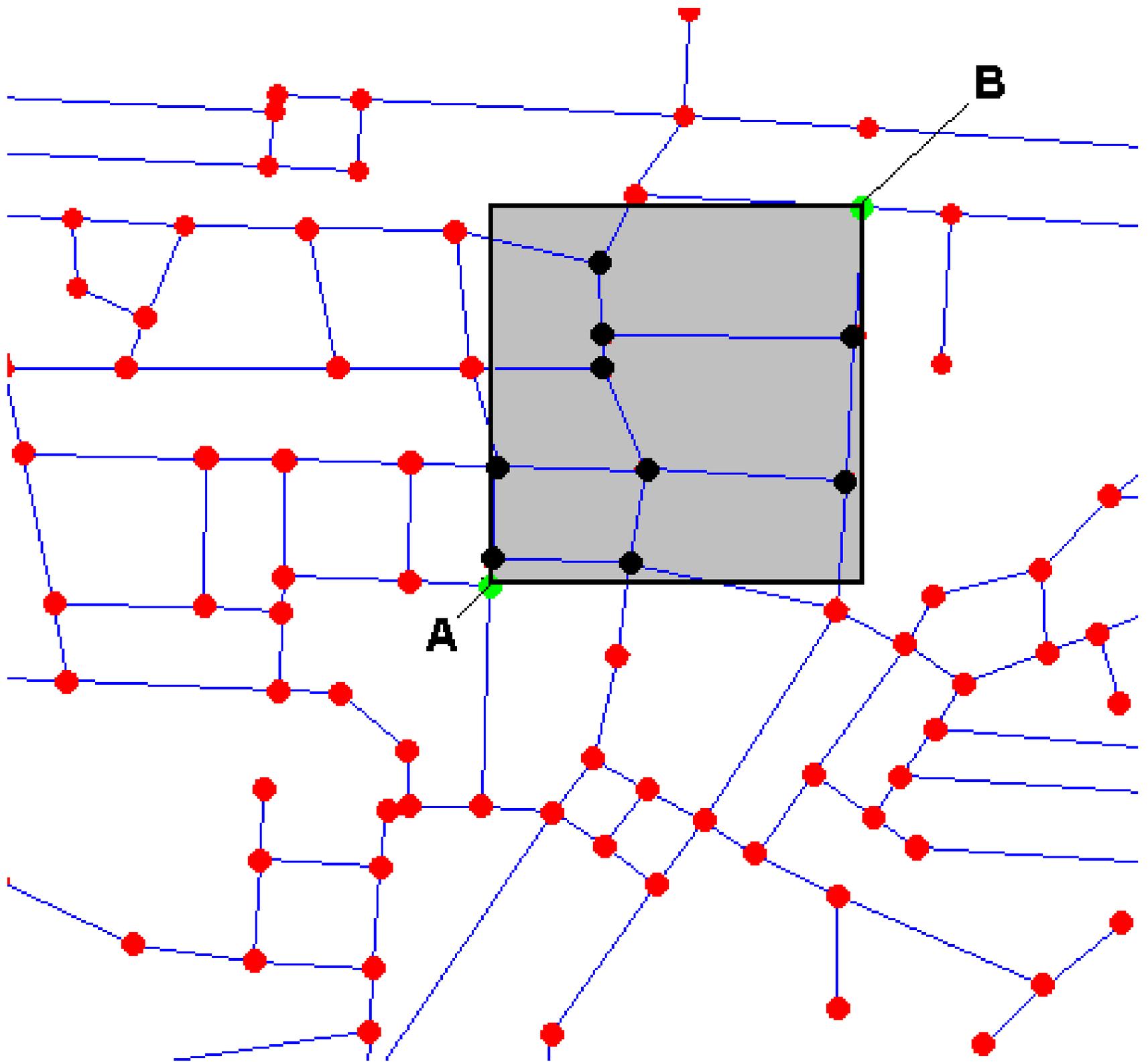
Busca Cega Primeira Heurística





A Segunda Heurística





A Segunda Heurística

Como dar maior ênfase aos vértices que se encontram dentro do retângulo?

Relembrando: $f'(n) = g(n) + h'(n)$

A Segunda Heurística

Foram atribuídos valores negativos ao $h'(n)$, afim de “dizer” ao algoritmo que os vértices dentro do retângulo estavam mais próximos do destino.

Foram realizados testes com $h'(n)$ valendo 100, 500, 1000 e 2000 metros.

A Segunda Heurística

Como resultado geral dos testes, a primeira heurística teve um ganho de 61%. Com a segunda heurística, os ganhos foram bem mais modestos:

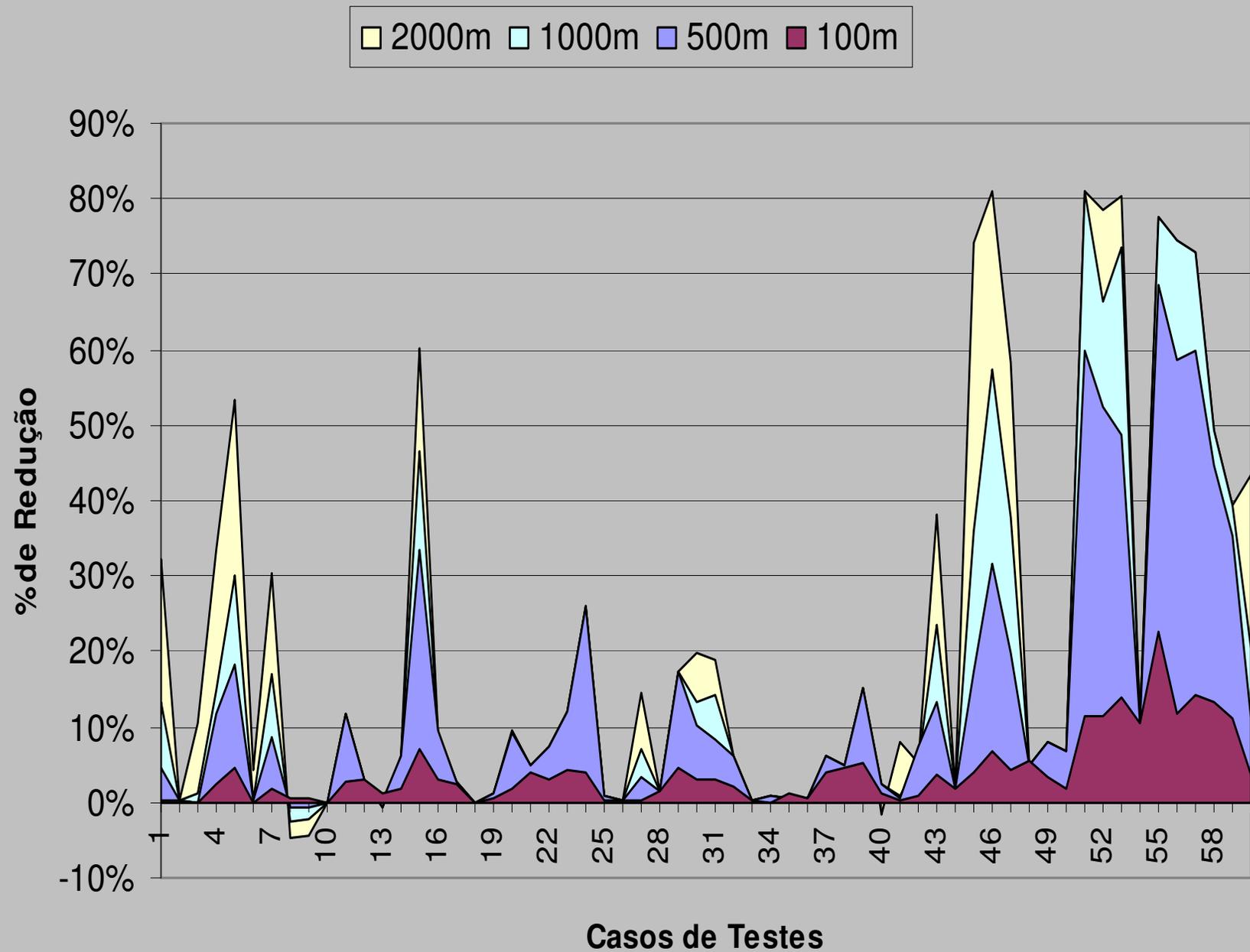
100m = 2%;

500m = 6%;

1000m = 9%;

2000m = 12%.

Comparação da Redução em % do número de vértices explorados de acordo com o valor do h'



A Segunda Heurística

Outro ponto desfavorável à segunda heurística, é o fato de que a medida que se aumenta o $h'(n)$, o número de caminhos errados também aumenta, como é mostrado:

100m = 1 caminho errado;

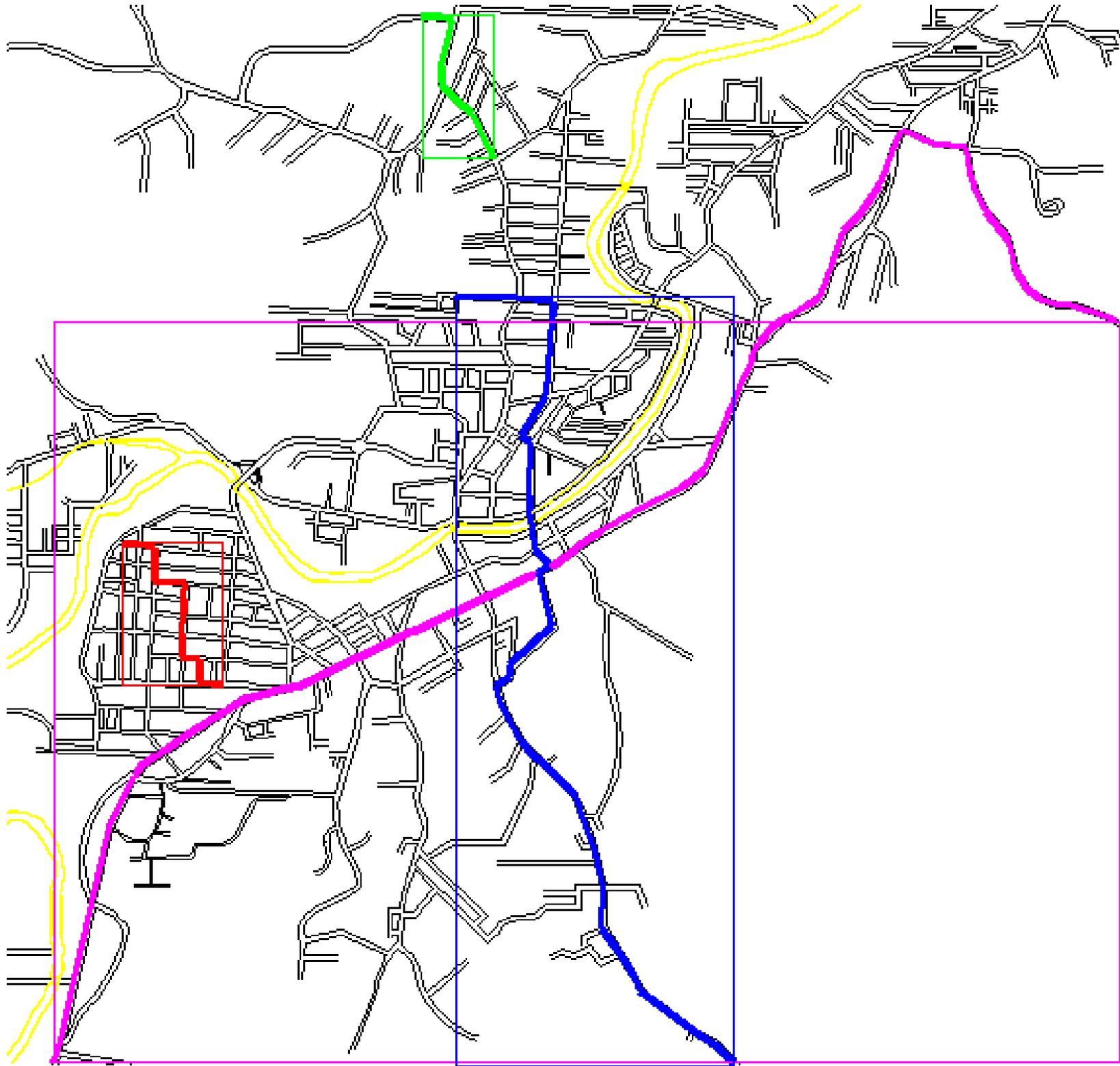
500m = 5 caminhos errados;

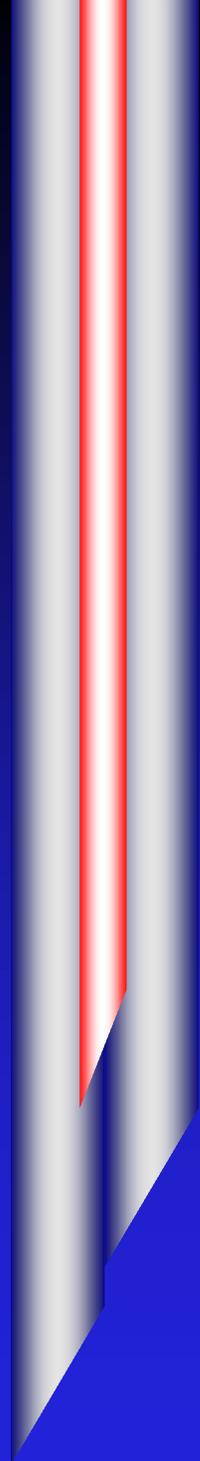
1000m = 10 caminhos errados;

2000m = 11 caminhos errados.

A Segunda Heurística

Como explicar o fato de que vários testes tiveram resultados até melhores do que os obtidos com a primeira heurística, passando de 80% de ganho, e traçaram o caminho corretamente ?





O PMC com vários destinos

Conclusões

- Ficou claro o poder das heurísticas;
- Os grafos, apesar da estrutura simples são ótima ferramenta para problemas complexos;
- Foi atendido o objetivo de usar mapas com milhares de cruzamentos.

Extensões

- Construção de uma ferramenta para gerenciamento da base de dados dos mapas;
- Usar mapas maiores;
- Estudo de novas heurísticas;
- Testar outros algoritmos e com mais de uma heurística ao mesmo tempo;
- Implementar o PMC com vários destinos e aprofundar o assunto.